Тема 21. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду методом ортогональних перетворень.

Література: [1], [11], [16], [17], [27].

27. Гурский Д.А., Турбина Е.С. Вычисления в Mathcad 12. - СПб: Питер, 2006 – 544с.

Теоретична частина:

Навести основні поняття, які стосуються квадратичних форм; викласти метод ортогональних перетворень зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Навести стислі відповіді на теоретичні запитання задач №6.1–6.6, №6.13–6.18 з [17].

Практична частина:

Застосувати метод ортогональних перетворень для зведення заданих квадратичних форм до канонічного вигляду; до нормального вигляду. Обов'язково виписувати матриці переходу до канонічного базису, лінійне перетворення, що зводить до канонічного вигляду; виконувати можливі перевірки правильності розрахунків.

Використати систему Mathcad для перевірки правильності знаходження власних векторів та власних значень, розв'язання характеристичного рівняння, обчислення визначників тощо. Результати цих досліджень оформити у вигляді додатку.

Спробувати автоматизувати процес побудови канонічної квадратичної форми за заданою квадратичною формою у системі Mathcad.

Варіанти практичних завдань до теми 21.

1. *а)* $L_1(\vec{x}) = 4x_1^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3.$

   б) $L_2(\vec{x}) = x_1^2 + 7x_2^2 + x_3^2 - 8x_1x_2 - 16x_1x_3 - 8x_2x_3.$

2. *а)* $L_1(\vec{x}) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$

   б) $L_2(\vec{x}) = 2x_1^2 + 9x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_2x_3.$

3. *а)* $L_1(\vec{x}) = -4x_1^2 - 4x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$

   б) $L_2(\vec{x}) = x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3.$

4. *а)* $L_1(\vec{x}) = 4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$

   б) $L_2(\vec{x}) = 5x_1^2 + 6x_2^2 + 7x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_2x_3.$

5. *а)* $L_1(\vec{x}) = x_1^2 - 7x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 4x_2x_3.$

   б) $L_2(\vec{x}) = 2x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 - 4\sqrt{2}x_2x_3.$

6. *а)* $L_1(\vec{x}) = 3x_1^2 - 7x_2^2 + 3x_3^2 + 8x_1x_2 - 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$

   б) $L_2(\vec{x}) = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 5\sqrt{2}x_1x_3 + \sqrt{2}x_2x_3.$

7. *а)* $L_1(\vec{x}) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - \dfrac{4}{3}x_1x_2 - \dfrac{8\sqrt{2}}{3}x_1x_3 - 8x_2x_3.$

   б) $L_2(\vec{x}) = 5x_1^2 + 9x_2^2 + 9x_3^2 - 12x_1x_2 - 6x_1x_3.$

8. *а)* $L_1(\vec{x}) = -2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 + 4x_2x_3.$

   б) $L_2(\vec{x}) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^2 - 8x_1x_2 - 4\sqrt{2}x_1x_3 + 2\sqrt{2}x_2x_3.$

9. *а)* $L_1(\vec{x}) = -4x_1^2 + x_2^2 - 4x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 4x_2x_3.$

   б) $L_2(\vec{x}) = x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3.$

10. *а)* $L_1(\vec{x}) = 1{,}5x_1^2 - 5x_2^2 + 1{,}5x_3^2 + 4x_1x_2 - x_1x_3 - 4x_2x_3.$

    б) $L_2(\vec{x}) = 2x_1^2 - 3x_3^2 - 2\sqrt{3}x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4\sqrt{3}x_2x_3.$