

Тема 22. Зведення рівнянь кривих другого порядку до канонічного вигляду.

Література:[1], [11], [13], [14], [17], [27].

27. Гурский Д.А., Турбина Е.С. Вычисления в Mathcad 12. - СПб: Питер, 2006 – 544с.

Теоретична частина:

1. Навести теорію зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду [11].
2. Навести у загальному вигляді канонічні рівняння заданих кривих (згідно варіанта), дослідити їх форму та зобразити.
3. Навести стислі відповіді на теоретичні запитання задач № 6.35 – 6.39 [17].
4. У змісті орієнтовно повинні бути наведені такі пункти у теоретичній частині:

1.1. Основні поняття. Алгоритм зведення рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду.

1.2. Дослідження форми та зображення кривих, заданих у практичній частині, використовуючи їх канонічні рівняння у загальному вигляді.

1.3. Відповіді на теоретичні запитання.

Практична частина:

1. Звести рівняння кривих $L_1, L_2, L_3 \subset R^2$ до канонічного вигляду.
2. Навести зображення цих кривих у кінцевій системі координат $x_2O_1y_2$, попередньо виконавши поворот та паралельне перенесення системи координат (навести всі три системи координат).
3. Навести зображення кривих L_1, L_2, L_3 у системі комп'ютерної математики Mathcad.
4. При виконанні практичної частини використати Mathcad для перевірки правильності знаходження власних векторів та власних значень, розв'язання характеристичного рівняння, обчислення визначників тощо. Результати цих досліджень оформити у вигляді додатку.
5. Спробувати автоматизувати процес переходу до канонічного рівняння у системі Mathcad.

Варіанти практичних завдань до теми 22

1. а) $L_1: 5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x + 56y + 80 = 0$
б) $L_2: x^2 + 4xy + y^2 - 8x - 4y + 1 = 0$
в) $L_3: 4x^2 + 4xy + y^2 + 16x + 8y + 15 = 0$
2. а) $L_1: 2x^2 + 2y^2 + 4xy + 8x + 8y + 1 = 0$
б) $L_2: -4x^2 - 4y^2 + 2xy + 10x - 10y + 1 = 0$
в) $L_3: 5x^2 + 12xy - 22x - 12y - 19 = 0$
3. а) $L_1: 7x^2 + 6xy - y^2 + 28x + 12y + 28 = 0$
б) $L_2: 4x^2 + 4y^2 + 2xy + 12x + 12y + 1 = 0$
в) $L_3: x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 5 = 0$
4. а) $L_1: 25x^2 - 20xy + 4y^2 + 30x - 12y + 10 = 0$
б) $L_2: 4xy + 4x - 4y - 2 = 0$
в) $L_3: 4x^2 - 5xy + 4y^2 + x + 2y - 2 = 0$
5. а) $L_1: x^2 - 4xy + 4y^2 + 4x - 3y - 7 = 0$
б) $L_2: 17x^2 - 12xy + 8y^2 = 0$
в) $L_3: xy + x - y = 0$
6. а) $L_1: 3x^2 + 10xy + 9y^2 - 2x - 14y - 13 = 0$
б) $L_2: 5x^2 + 5y^2 - 12xy + 10x - 2y + 1 = 0$
в) $L_3: 4x^2 - 4xy + y^2 + 20x - 10y + 25 = 0$
7. а) $L_1: 16x^2 - 24xy + 9y^2 - 160x + 120y + 425 = 0$
б) $L_2: 3x^2 + 3y^2 - 4xy + 6x - 4y - 7 = 0$
в) $L_3: x^2 + y^2 - 4xy + 4x - 2y + 1 = 0$
8. а) $L_1: 3x^2 + 3y^2 + 4xy + 8x + 12y + 1 = 0$
б) $L_2: 12xy + 5y^2 - 12x - 22y - 19 = 0$
в) $L_3: x^2 + 6xy + 9y^2 + 2x + 6y - 3 = 0$
9. а) $L_1: 9x^2 + 24xy + 16y^2 - 18x + 226y + 229 = 0$
б) $L_2: 5x^2 - 6xy + 5y^2 - 32 = 0$
в) $L_3: 7x^2 + 60xy + 32y^2 - 14x - 60y + 7 = 0$
10. а) $L_1: 3x^2 + 16xy + 3y^2 = 0$
б) $L_2: 41x^2 + 24xy + 34y^2 + 34x - 112y + 125 = 0$
в) $L_3: 2x^2 - 4xy + 2y^2 - 8x + 8y + 1 = 0$
11. а) $L_1: x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$
б) $L_2: xy + x - y + 1 = 0$
в) $L_3: 19x^2 + 6xy + 11y^2 + 38x + 6y + 29 = 0$
12. а) $L_1: -3x^2 + 4xy - 3y^2 - 6x + 4y + 2 = 0$
б) $L_2: 2x^2 - 4xy + 2y^2 + x - 5y + 2 = 0$
в) $L_3: -2xy - 2x - 2y + 1 = 0$
13. а) $L_1: 5x^2 + 24xy - 5y^2 = 0$
б) $L_2: 25x^2 - 14xy + 25y^2 + 64x - 64y - 224 = 0$
в) $L_3: x^2 - 2xy + y^2 - 12x + 10y - 14 = 0$
14. а) $L_1: 6x^2 + 24xy + 16y^2 - 230x + 110y - 475 = 0$
б) $L_2: 9x^2 - 4xy + 6y^2 + 16x - 8y - 2 = 0$
в) $L_3: 4x^2 - 4xy + y^2 - 6x + 3y - 4 = 0$
15. а) $L_1: x^2 - 8xy + y^2 - 20x + 20y + 1 = 0$
б) $L_2: 4x^2 + 12xy + 9y^2 - 4x - 6y + 1 = 0$
в) $L_3: 14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 129 = 0$
16. а) $L_1: 5x^2 - 2xy + 5y^2 - 4x + 20y + 5 = 0$
б) $L_2: 4xy + 3y^2 + 16x + 12y - 36 = 0$
в) $L_3: x^2 - 2xy + y^2 - 2x + 2y - 7 = 0$
17. а) $L_1: 4x^2 - 4xy + y^2 - 3x + 4y - 7 = 0$
б) $L_2: 5x^2 - 6xy + 5y^2 + 8 = 0$
в) $L_3: 4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 51 = 0$
18. а) $L_1: 8x^2 + 6xy - 26x - 12y + 11 = 0$
б) $L_2: -2x^2 + 2xy - 2y^2 - 6x + 6y + 3 = 0$
в) $L_3: 4x^2 - 4xy + y^2 - 6x + 4y - 4 = 0$
19. а) $L_1: 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 20x + 30y + 16 = 0$
б) $L_2: x^2 + 4xy + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$
в) $L_3: 29x^2 - 24xy + 36y^2 + 82x - 96y - 91 = 0$
20. а) $L_1: 3x^2 - 2xy + 3y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$
б) $L_2: -4xy + 8x + 8y = 0$
в) $L_3: x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x - 2y - 1 = 0$